

Script generated by TTT

Title: Täubig: GAD (17.04.2012)

Date: Tue Apr 17 14:38:43 CEST 2012

Duration: 79:37 min

Pages: 35

Grundlagen: Algorithmen und Datenstrukturen

Hanjo Täubig

Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
(Prof. Dr. Ernst W. Mayr)
Institut für Informatik
Technische Universität München

Sommersemester 2012



Übersicht

1 Organisatorisches

Zielgruppe

- Bachelor Informatik
 - Bachelor Wirtschaftsinformatik
 - Bachelor Bioinformatik
 - Andere Studiengänge mit Neben-/Zweifach Informatik
 - Masterstudiengang Angewandte Informatik
 - Aufbaustudium Informatik
-
- planmäßig im 2. Fachsemester
(für Wirtschaftsinformatik im 4. Fachsemester)

Dozent / Kontaktdaten

- Hanjo Täubig
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
(Lehrstuhlinhaber: Prof. Dr. Ernst W. Mayr)
- eMail: taeubig@in.tum.de
- Web: <http://www14.in.tum.de/personen/taeubig/>
- Telefon: 089 / 289-17740
- Raum: 03.09.039
- Sprechstunde: Mittwoch 13-14 Uhr
(oder nach Vereinbarung)

Übung

- 2 SWS Tutorübungen
- 48 Gruppen an 14 verschiedenen Terminen
- jeweils maximal 16-20 Teilnehmer
- Anmeldung über TUMonline:
<https://campus.tum.de/>
- Übungsleitung:
Jeremias Weihmann (weihmann@in.tum.de)
- Webseite:
<http://www14.in.tum.de/lehre/2012SS/gad/uebung/>

Inhalt

- Grundlagen der Komplexitätsanalyse
- Sequenzrepräsentation durch dynamische Felder und Listen
- binäre Bäume und Algorithmen
- binäre Suchbäume und balancierte Suchbäume
- Prioritätswarteschlangen
- Hashing
- Sortieren und sortierbasierte Algorithmen
- Graph-Repräsentation und einfache Graphalgorithmen
- Pattern Matching
- Datenkompression

Grundlage

- Inhalt der Vorlesung basiert auf dem Buch
K. MEHLHORN, P. SANDERS:
Algorithms and Data Structures – The Basic Toolbox
(Springer, 2008)
<http://www.mpi-inf.mpg.de/~mehlhorn/Toolbox.html>
- Vorlage für die Slides:
Slides aus SS'08 von Prof. Dr. Christian Scheideler bzw.
Slides aus SS'09 von Prof. Dr. Helmut Seidl

Weitere Literatur

- CORMEN, LEISERSON, RIVEST, STEIN:
Introduction to Algorithms
- GOODRICH, TAMASSIA:
Algorithm Design: Foundations, Analysis, and Internet Examples
- HEUN:
Grundlegende Algorithmen
Einführung in den Entwurf und die Analyse effizienter Algorithmen
- KLEINBERG, TARDOS:
Algorithm Design
- SCHÖNING:
Algorithmik
- SEDGEWICK:
Algorithmen in Java. Teil 1-4

Übersicht

- 2 Einführung
 - Begriffsklärung: Algorithmen und Datenstrukturen
 - Beispiele

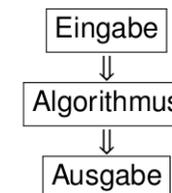
Übersicht

- 2 Einführung
 - Begriffsklärung: Algorithmen und Datenstrukturen
 - Beispiele

Algorithmus - Definition

Definition

Ein **Algorithmus** ist eine formale Handlungsvorschrift zur Lösung von Instanzen eines Problems in endlich vielen Schritten.



Algorithmus - Analogien und Beispiele

- Kochrezept
 - Eingabe: Zutaten
 - Algorithmus: Rezept
 - Ausgabe: Essen
- Bauanleitung
 - Eingabe: Einzelteile
 - Algorithmus: Bauanleitung
 - Ausgabe: Fertiges Möbelstück
- Weitere Beispiele
 - Weg aus dem Labyrinth
 - Zeichnen eines Kreises

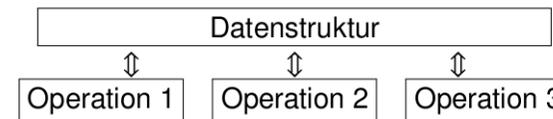
Datenstruktur - Definition

Definition

Eine **Datenstruktur** ist ein formalisiertes Objekt, das

- der Speicherung und
- der Verwaltung von bzw.
- dem Zugriff auf Daten

in geeigneter Weise dient, wobei die Daten dabei zweckdienlich angeordnet, kodiert und miteinander verknüpft werden.



Datenstruktur - Beispiele

- Lexikon

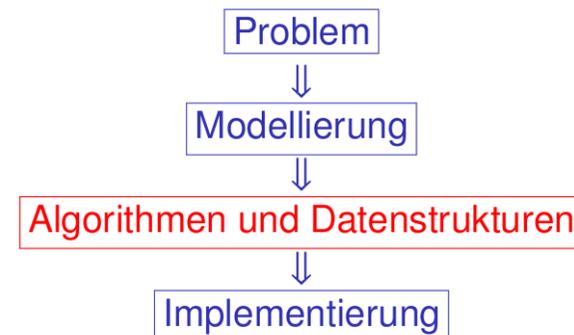
Operation: **Suche(Name)**
(Algorithmus mit Eingabe $\langle \text{Name} \rangle$,
Ausgabe Information zu $\langle \text{Name} \rangle$)
- Kalender

Operation: **Wochentag(Datum)**
(Algorithmus mit Eingabe $\langle \text{Datum} \rangle$,
Ausgabe Wochentag zum $\langle \text{Datum} \rangle$)

Abstrakter Datentyp:

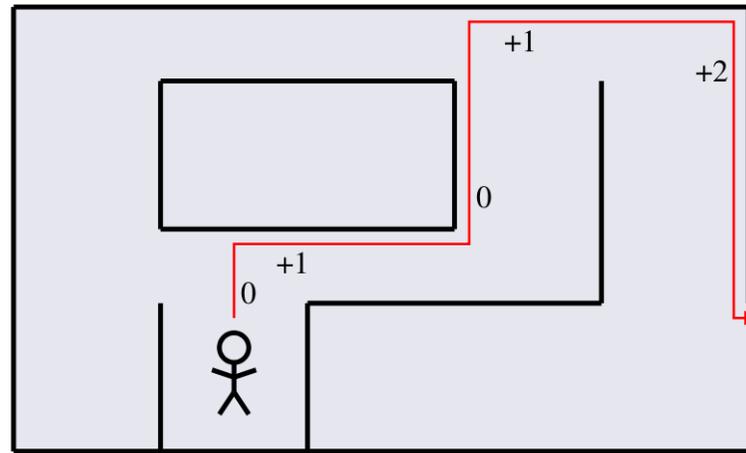
- legt fest, welche Operationen was tun (Semantik),
 - aber nicht wie (konkrete Implementierung)
- ⇒ Kapselung durch Definition einer **Schnittstelle**

Softwareentwicklung



- Abstraktion vom genauen Problem (Vereinfachung)
- geeignete Auswahl von Algorithmen / Datenstrukturen
- Grundsätzliche Probleme: Korrektheit, Komplexität, Robustheit / Sicherheit, aber vor allem **Effizienz**

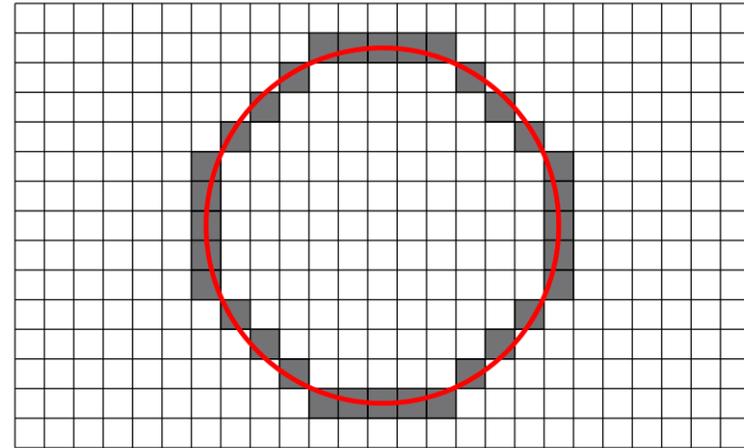
Weg aus dem Labyrinth



2. Beispiel funktioniert auch

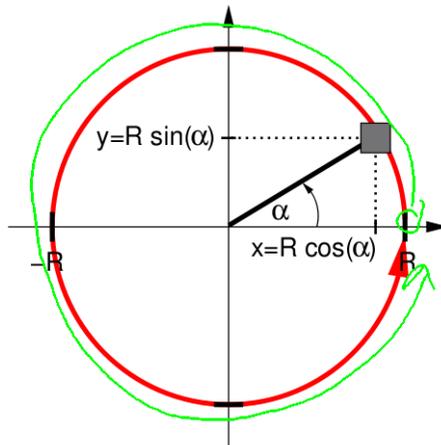
Kreis zeichnen

Wie kann ein Computer einen Kreis zeichnen?



Kreis zeichnen: mit Winkelfunktionen

Naiver Ansatz: eine Runde wie mit dem Zirkel



Verwendung von sin und cos für $\alpha = 0 \dots 2\pi$

Kreis zeichnen: mit Winkelfunktionen

Algorithmus 2: Kreis1

Eingabe: Radius R
Pixelanzahl n

```
for  $i = 0; i < n; i++$  do
  plot( $R * \cos(2\pi * i/n)$ ,  $R * \sin(2\pi * i/n)$ );
```

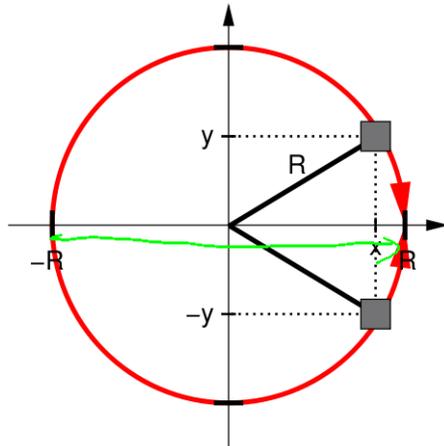
Kreisumfang: $u = 2\pi \cdot R$

\Rightarrow Bei Pixelbreite von 1 Einheit reicht $n = \lceil 2\pi R \rceil$.

Problem: sin und cos sind teuer!

Kreis zeichnen: mit Wurzelfunktion

Schnellerer Ansatz: $x^2 + y^2 = R^2$ bzw. $y = \pm \sqrt{R^2 - x^2}$



1 Pixel pro Spalte für oberen/unteren Halbkreis

Kreis zeichnen: mit Wurzelfunktion

Algorithmus 3: Kreis2

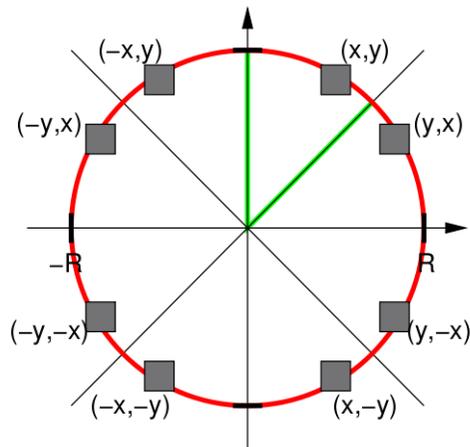
Eingabe : radius R

```
for x = -R; x ≤ R; x++ do
  y = sqrt(R * R - x * x);
  plot(x, y);
  plot(x, -y);
```

Problem: sqrt ist auch noch relativ teuer!

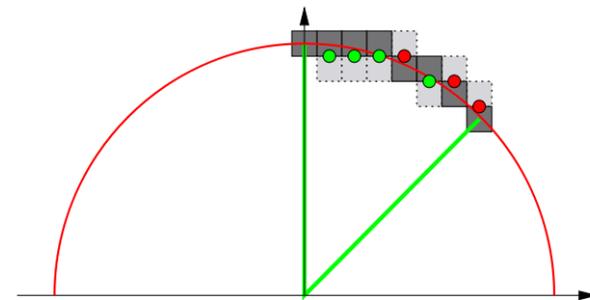
Kreis zeichnen: mit Multiplikation

Besserer Ansatz: Ausnutzung von Spiegelachsen



Kreis zeichnen: mit Multiplikation

- betrachtetes Kreissegment: Anstieg zwischen 0 und -1
- 2 Fälle für nächstes Pixel: nur rechts oder rechts unten
- Entscheidungskriterium:
Grundlinienmittelpunkt des rechten Nachbarpixels innerhalb vom Kreis? ja: $x++$, nein: $x++$; $y--$



Kreis zeichnen: mit Multiplikation

- Test, ob (x, y) innerhalb des Kreises:

$$F(x, y) := x^2 + y^2 - R^2 < 0$$

- Mittelpunkt des ersten Quadrats: $(x, y) = (0, R)$
- Position seines Grundlinienmittelpunkts: $(0, R - \frac{1}{2})$
- Grundlinienmittelpunkt rechts daneben:
 $F(1, R - \frac{1}{2}) = 1^2 + (R - \frac{1}{2})^2 - R^2 = \frac{5}{4} - R < 0?$
- Update:

$$F(x+1, y) = (x+1)^2 + y^2 - R^2 = (x^2 + 2x + 1) + y^2 - R^2$$

$$F(x+1, y) = F(x, y) + 2x + 1$$

$$\begin{aligned} F(x+1, y-1) &= (x+1)^2 + (y-1)^2 - R^2 \\ &= (x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) - R^2 \end{aligned}$$

$$F(x+1, y-1) = F(x, y) + 2x - 2y + 2$$



Kreis zeichnen: mit Multiplikation

- Test, ob (x, y) innerhalb des Kreises:

$$F(x, y) := x^2 + y^2 - R^2 < 0$$

- Mittelpunkt des ersten Quadrats: $(x, y) = (0, R)$
- Position seines Grundlinienmittelpunkts: $(0, R - \frac{1}{2})$
- Grundlinienmittelpunkt rechts daneben:
 $F(1, R - \frac{1}{2}) = 1^2 + (R - \frac{1}{2})^2 - R^2 = \frac{5}{4} - R < 0?$
- Update:

$$F(x+1, y) = (x+1)^2 + y^2 - R^2 = (x^2 + 2x + 1) + y^2 - R^2$$

$$F(x+1, y) = F(x, y) + 2x + 1$$

$$\begin{aligned} F(x+1, y-1) &= (x+1)^2 + (y-1)^2 - R^2 \\ &= (x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) - R^2 \end{aligned}$$

$$F(x+1, y-1) = F(x, y) + 2x - 2y + 2$$



Kreis zeichnen: mit Multiplikation

- Test, ob (x, y) innerhalb des Kreises:

$$F(x, y) := x^2 + y^2 - R^2 < 0$$



- Mittelpunkt des ersten Quadrats: $(x, y) = (0, R)$
- Position seines Grundlinienmittelpunkts: $(0, R - \frac{1}{2})$
- Grundlinienmittelpunkt rechts daneben:
 $F(1, R - \frac{1}{2}) = 1^2 + (R - \frac{1}{2})^2 - R^2 = \frac{5}{4} - R < 0?$
- Update:

$$F(x+1, y) = (x+1)^2 + y^2 - R^2 = (x^2 + 2x + 1) + y^2 - R^2$$

$$F(x+1, y) = F(x, y) + 2x + 1$$

$$\begin{aligned} F(x+1, y-1) &= (x+1)^2 + (y-1)^2 - R^2 \\ &= (x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) - R^2 \end{aligned}$$

$$F(x+1, y-1) = F(x, y) + 2x - 2y + 2$$



Kreis zeichnen: mit Multiplikation

- Test, ob (x, y) innerhalb des Kreises:

$$F(x, y) := x^2 + y^2 - R^2 < 0$$

- Mittelpunkt des ersten Quadrats: $(x, y) = (0, R)$
- Position seines Grundlinienmittelpunkts: $(0, R - \frac{1}{2})$
- Grundlinienmittelpunkt rechts daneben:
 $F(1, R - \frac{1}{2}) = 1^2 + (R - \frac{1}{2})^2 - R^2 = \frac{5}{4} - R < 0?$
- Update:

$$F(x+1, y) = (x+1)^2 + y^2 - R^2 = (x^2 + 2x + 1) + y^2 - R^2$$

$$F(x+1, y) = F(x, y) + 2x + 1$$

$$\begin{aligned} F(x+1, y-1) &= (x+1)^2 + (y-1)^2 - R^2 \\ &= (x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) - R^2 \end{aligned}$$

$$F(x+1, y-1) = F(x, y) + 2x - 2y + 2$$

