Script generated by TTT

Title: Meixner: ZUE_THEO (03.07.2014)

Date: Thu Jul 03 15:20:32 CEST 2014

Duration: 37:42 min

Pages: 19

SS 2014

Zentralübung zur Vorlesung Theoretische Informatik

Dr. Werner Meixner

Fakultät für Informatik
TU München

http://www14.in.tum.de/lehre/2014SS/theo/uebung/

3. Juli 2014

ZÜ VIII

Übersicht:

1. Übungsbetrieb — Klausur, ZÜ Termine
   Termin, Ort, Anmeldung, Ablauf, Code
   Termin: Heute letzte ZÜ
2. Thema — Reduzierbarkeit von Problemen
   Universelle Turingmaschine
   Reduktionsabbildungen
3. Vorbereitung — Blatt 11

1. Übungsbetrieb

1.1 Klausur

Fragen zum Stoff der Endterm?

Klausurergebnisse
Klausureinsicht

1.2 Termin und Ort

Zeit: Donnerstag, 24. Juli, 11 – 14 Uhr

Ort: Hörsäle MW 0001, MW 2001 (+Galerie)
MI HS1, Interim HS1.

Bitte mindestens 15 Minuten vor Beginn im Hörsaal erscheinen!

Platzverteilung:
Die Zuordnung der Teilnehmer auf die Hörsäle erfolgt nach Abschnitten des Alphabets siehe Übungswebseite ab 21. Juli.

Die Verteilung auf Sitzplätze wird den Listen zu entnehmen sein, die an den Hörsaaleingängen aushängen werden.

1.4 Ablauf

Es nicht erlaubt, Unterlagen zu benutzen,
außer
einem persönlich handbeschriebenen DIN A4 Blatt (beidseitig)

Fragen während der Klausur sind erlaubt,
aber
Antworten werden, falls notwendig,
nur als Hörsaalansage gegeben.

1.5 Code

Code:								

Bitte 8-stelligen Zifferncode (nicht ausschließlich die Null)
eintragen,
falls Sie Ihr Ergebnis frühzeitig erfahren wollen.

2. Thema Reduzierbarkeit von Problemen

2.1 Universelle Turingmaschine

Die Ausführung der Berechnungen einer beliebigen vorgelegten, binär kodierten Turingmaschine für eine beliebige vorgelegte binär kodierte Eingabe kann grundsätzlich mit Bleistift und Papier geschehen. Es gibt einen Algorithmus für diese Ausführung.

Da es zu jedem Algorithmus grundsätzlich eine Turingmaschine gibt, die dieses Programm ausführt, so gibt es eine sogenannte „Universelle Turingmaschine“ U, die jede Turingmaschine mit beliebiger Eingabe simulieren kann.

Diese Tatsache nennt man den
Satz von der Existenz einer universellen Turingmaschine.

Wir setzen die Gültigkeit dieses Satzes von nun ab voraus.

2.2 Reduktion von Problemen

Eine Menge $A \subseteq \Sigma^*$ heißt reduzierbar auf eine Menge $B \subseteq \Sigma^*$ genau dann, wenn es eine

1. totale,
2. berechenbare,
3. Funktion $f : \Sigma^* \to \Sigma^*$ gibt, so dass gilt:
4. $(\forall w \in \Sigma^*)[w \in A \Leftrightarrow f(w) \in B]$.

Intuitiv: Ein Problem in der Sprache A kann man durch Übersetzung in ein Problem in der Sprache B lösen, falls obige Bedingungen gelten.
Typisches Problem: Wortproblem

3. Vorbereitung Blatt 11

3.1 VA 1

In einem Tresor liegt eine Liste mit 6-stelligen TAN-Nummern. Der Schlüssel zum Öffnen des Tresors ist verloren gegangen und es gibt keine andere Möglichkeit, den Tresor zu öffnen.

Sei A die Menge der Primzahlen, die auf der TAN-Liste vorkommen.

Ist $A \subseteq \mathbb{N}$ entscheidbar? Begründung!

Lösung

A ist entscheidbar, weil A endlich ist.

Entscheidbarkeit heißt nicht, dass irgend jemand in der Lage sein muss, die Entscheidung zu treffen.

Man muss nur nachweisen, dass es einen Entscheidungsalgorithmus gibt.

Die Begriffe
Berechenbarkeit und Entscheidbarkeit sind Strukturbegriffe.

Bemerkung:

Eine z. B. einelementige Menge $\{a\}$ ist zwar entscheidbar. Dies muss aber nicht bedeuten, dass man dieses eine Element $a \in \Sigma^*$ kennt bzw. zu konstruieren in der Lage ist.

Wir wissen lediglich die abstrakte Existenz dieses a bzw. die Existenz eines Algorithmus, der für vorgelegtes w den Wert der charakteristischen Funktion berechnet, d. h. prüft, ob $w = a$ gilt, wobei der Vergleich $w = a$ für Wörter natürlich mit abbrechendem Algorithmus berechenbar ist.

3.2 VA 2

Beantworten Sie kurz die folgenden Fragen:

1. Jede unentscheidbare Sprache enthält eine entscheidbare Teilmenge.
2. Jede Teilmenge einer entscheidbaren Sprache ist entscheidbar.
3. Für jede unentscheidbare Sprache A gibt es eine echte Obermenge, die ebenfalls unentscheidbar ist.
4. Aus ,,A entscheidbar" und ,,$A \cap B$ entscheidbar" folgt ,,B entscheidbar".

Eine Menge $A \subseteq \Sigma^*$ heißt entscheidbar, falls die charakteristische Funktion χ_A total auf Σ^* und berechenbar ist.

Dann ergeben sich die folgenden Antworten und Begründungen.

Microsoft Windows xp Tablet PC Edition

3.2 VA 2

Beantworten Sie kurz die folgenden Fragen:

1. Jede unentscheidbare Sprache enthält eine entscheidbare Teilmenge.
2. Jede Teilmenge einer entscheidbaren Sprache ist entscheidbar.
3. Für jede unentscheidbare Sprache A gibt es eine echte Obermenge, die ebenfalls unentscheidbar ist.
4. Aus ,,A entscheidbar" und ,,$A \cap B$ entscheidbar" folgt ,,B entscheidbar".

Eine Menge $A \subseteq \Sigma^*$ heißt entscheidbar, falls die charakteristische Funktion χ_A total auf Σ^* und berechenbar ist.

Dann ergeben sich die folgenden Antworten und Begründungen.

(1) Jede unentscheidbare Sprache enthält eine entscheidbare Teilmenge.

Lösung

Ja, denn jede Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ enthält eine endliche Teilmenge, und jede endliche Teilmenge von Σ^* ist entscheidbar.

(2) Jede Teilmenge einer entscheidbaren Sprache ist entscheidbar.

Lösung

Nein, denn $\{0,1\}^*$ ist entscheidbar, aber das allgemeine Halteproblem $H \subseteq \{0,1\}^*$ ist nicht entscheidbar.

(3) Für jede unentscheidbare Sprache A gibt es eine echte Obermenge, die ebenfalls unentscheidbar ist.

Lösung

Ja, denn für ein $w \notin A$ (und das existiert immer, denn Σ^* ist entscheidbar) ist $A \cup \{w\}$ ebenfalls unentscheidbar, falls A unentscheidbar ist.

(4) Aus „A entscheidbar“ und „$A \cap B$ entscheidbar“ folgt „B entscheidbar“.

Lösung

Nein. Gegenbeispiel: $\emptyset$ und $\emptyset \cap H$ sind entscheidbar, weil beide Mengen endlich sind. H (das allgemeine Halteproblem) ist aber nicht entscheidbar.

3.3 VA 3

Wir betrachten die in der Vorlesung beschriebene Kodierung von Turingmaschinen durch Wörter über $\Sigma^* = \{0,1\}^*$.

Für ein $w \in \Sigma^*$ beschreibt $\varphi_w : \Sigma^* \to \Sigma^*$ dann die Funktion, die durch die Turingmaschine M_w berechnet wird.

Finden Sie informelle Beschreibungen für die folgenden Mengen:

Bemerkung: Die Standard-Turingmaschine, die für ein „ungeeignetes“ Kodewort w gewählt wird, terminiert nie und berechnet deshalb die nirgends definierte Funktion Ω.